

【1】 以下の各問いに答えよ.

(1)  $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$  を超えない最大の整数  $n$  を求めよ.

さらに,  $\frac{4}{3-\sqrt{5}} - n = a$  とするとき,  $\sqrt{2(1-a)}$  を, 二重根号を用いずに表せ.

(2) 2次関数  $y = x^2 - 2x + 5$  のグラフを,  $x$  軸方向に 2,  $y$  軸方向に  $k$  だけ平行移動したところ,  $y = x^2 - 6x + 7$  のグラフに重なった. このとき,  $k$  の値を求めよ.

(3) 1 から 9 までの数字が 1 つずつ書かれたカードが 9 枚ある. これらを 3 枚ずつに分ける方法は全部で何通りあるか求めよ.

(4)  $xy$  平面上の点  $(3, -2)$  から直線  $y = \frac{1}{2}x - 1$  へ引いた垂線の長さを求めよ.

(5)  $0 \leq x < 2\pi$  のとき, 方程式  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$  を解け.

(6)  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とするとき,  $6^{20}$  は何桁の整数か求めよ.

(7)  $a_n = 22 \cdots \cdots 2$  ( $2$  が  $n$  個並んだ自然数) で定められる数列  $\{a_n\}$  の階差数列を  $\{b_n\}$  とするとき,  $\{b_n\}$  の初項から第 6 項までの和を求めよ.  
また, 数列  $\{a_n\}$  の一般項を  $a_n = p(q^n - 1)$  と表すとき,  $p$  と  $q$  の値を求めよ.

【2】 平面上のベクトル  $\vec{a} = (3\sqrt{3}, 3)$ ,  $\vec{b} = (-5\sqrt{3}, 5)$  について、以下の各問いに答えよ.

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ.
- (2)  $|\vec{c}| = 2$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 6$  を満たすベクトル  $\vec{c}$  に対して、 $|\vec{a} - \vec{c}|$  を求めよ.
- (3)  $\vec{PA} = \vec{a}$ ,  $\vec{PB} = \vec{b}$  によって定められる三角形 PAB において、 $\angle APB$  の二等分線と辺 AB との交点を Q とする. このとき、 $\vec{PQ}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  の式で表せ.
- (4) (3) の三角形 PAB で、点 P から辺 AB へ引いた垂線と AB との交点を H とする. このとき、AH : BH を最も簡単な整数の比で表せ.

【3】 連続な関数  $f(x)$  を用いて  $g(x) = \int_0^x f(t) dt + \int_0^1 xf(t) dt + (x-2)^2$  と表される関数  $g(x)$  について、以下の各問いに答えよ.

(1)  $g(0)$  を求めよ.

(2)  $g(1) = 0$  のとき,  $\int_0^1 f(t) dt$  を求めよ.

(3)  $f(x) = e^x$  のとき,  $g(x)$  の導関数  $g'(x)$  を求めよ.

(4) すべての実数  $x$  に対して,  $g(x)$  が一定の値であるとき,  $f(x)$  を求めよ.